

はじめに

本書で用いる「数理ファイナンス」という言葉は、デリバティブの価格理論などのいわゆる金融工学に、一般均衡理論、MM理論、ポートフォリオ理論やその他の投資技術などを加えたものであると考えていただきたい。つまり、本書は金融工学とそれに直接的に関連する経済やファイナンスの理論、概念や技術の発展を、歴史の視点でまとめたものであり、関連するさまざまな事件、金融危機や規制当局の動きなども説明する。

本書は次のような特徴をもつが、数理ファイナンスの諸概念や関連する事件を歴史というアプローチによって重要事項を網羅的に伝える試みは、おそらく過去に例がないものであると考える。

- ① 「歴史」という視点で、数理ファイナンスの基本的原則が確立された過程と、それが未曾有の危機を引き起こした過程と要因を克明に分析していること。
- ② 1900年のルイ・バシュリエの論文から、つい最近のフィンテックやマイナス金利の話題まで、数理ファイナンスの理論、事件、規制等に関する重要なものをすべて網羅していること。
- ③ 金融工学、一般均衡理論、MM理論、ポートフォリオ理論など、広範囲な領域の主要な理論を網羅し、それらの相互の関係を明らかにしていること。
- ④ 数理ファイナンスの基本的な原則の内容と意味について、表面的・形式的・教科書的な説明でなく、その本質を丁寧に説明していること。
- ⑤ 証券化商品とクレジット・デリバティブ、およびそれらが引き起こした金融危機については、その内容だけで別の本にできるだけ詳しく説明していること。
- ⑥ 数理ファイナンスの重要な論文や歴史における重要な文献など多くの一次資料を紹介し、できるだけそれらの一次資料を使って歴史や原理を説明していること。

⑦ 理論と実務の両方の視点のバランスがとれていること。

2008年9月のリーマン・ショック以来、金融業界は急激な変貌を遂げつつある。ただでさえ複雑で難解な数理ファイナンスの体系や実務的な意義について、危機後の金融当局による数々のパッチワーク的な規制強化策なども加わって、適切に理解するのがますますむずかしくなっているのではなかろうか。本書の執筆を思い立った理由は、こうした時代であるからこそ、歴史をもう一度原点から眺め直し、各理論がどのように融合して発展してきたのか、どうして金融危機に至ったのかを再確認することが重要だと思ったからだ。

これまでの、ほとんどすべてのファイナンスや金融工学のテキストは、その著者の専門分野のバイアスが色濃く反映され、多くのテキストは表面的な理論しか語らない。数理ファイナンスは、さまざまな分野の理論が融合して成り立つ大変に興味深い研究分野であるとともに、その理論の実践の場でもある。関連する分野は、ファイナンス以外に、確率過程、解析学、数値解析、統計、物理コンピュータ・テクノロジーなどがあり、もちろん現場のトレーダーやセールスマンも数理ファイナンスの実践を通して重要な役割を果たしている。そうした専門家たちが、それぞれの専門用語で、それぞれの関心のある理論ばかり語れば、読み手が混乱するのは当然であり、そうした文献をいくつか読んだところで数理ファイナンスの本質を理解することはできない。本書は、こうした問題に対する挑戦でもある。

本書の構想は少々野心的すぎるかもしれないが、筆者はたまたま、トレーダー、投資家、クオンツ（金融工学のスペシャリスト）などという実務家の立場で、1980年代のデリバティブの黎明期から現在に至るまでの歴史的な歩みの直接の当事者であり続けたので、広い領域をカバーするだけの知見はあるかもしれない。また、実際の市場参加者の一員としての、時には苦い経験によって、過去数十年に開発されたさまざまな概念やモデルの長所と限界について、論文の表面だけでは読み取れない何かがみえてくることもある。実際、リーマン・ショックなどの出来事の本質的な理解は、当事者でないとむ

ずかしい。実務と理論に即した多面的な経験があれば、特定の専門分野に偏ることなく、公平な立場で歴史を記述できるかもしれない。

本書を執筆するにあたって心がけたことが3つある。1つは、重要論文などオリジナル資料の記述・内容をできるだけ忠実に伝え歴史を客観的に伝えることである。数理ファイナンスの基礎を築いてきた重要論文をあらためて読み直すと思いがけない発見をする。論文の著者は、当然のことながら、それぞれの時代の要請や自分の論文の意義について熱心に記している。しかしながら、後世の数理ファイナンスのテキストでは、個々の論文の背景となっている歴史の時間軸は重視されず、テキストの著者独自の説明方法と体系化が優先される。本書は、歴史の本として、一次資料と時間軸を重視する。2つ目は、過去の重要論文の歴史的な意義を解釈することである。単に重要論文の概要を羅列するだけでも有用な資料になるかもしれないが、本書では筆者の実務経験に基づいた筆者なりの数理ファイナンスの歴史解釈を伝えたい。3つ目は数理ファイナンスの全体像がみえるように、できるだけ広範囲の分野について言及し、その関連性を明確にすることである。先ほど説明したように、数理ファイナンスは大変に広範囲な理論の融合の場であり、そこで形成された理論を実践する場でもある。

本書の構成を簡単に説明する。第1章は全体の概要であり、数式はほぼ使っていない。第1章を読めば数理ファイナンスの基本的な概念の黎明から金融危機後までの全体像を頭に入れることができるはずだ。第2章以降は、さらに詳しい説明であり、第1章を読んで興味をもった分野を読んでいただければよい。第2章と第3章は数理ファイナンスの概念と理論の形成に関する部分である。第2章ではオプション理論、一般均衡理論、MM理論、CAPMなど数理ファイナンスの基礎となる諸概念とその成立過程を説明する。第3章では、ブラック・ショールズ・モデルやCAPMで確立された価格理論の基本原則の応用とより抽象的で一般性のある数学モデルへの発展を説明する。第3章を中心に、一部に抽象数学が登場する。本書は各概念の細部を説明するテキストではないので、数式は理論の概要を把握するための最

小限にとどめているが、抽象数学に不慣れな方はスキップして読んでいただきたい。

第4章以降では、基本的な理論が確立された後に、実際にどのように応用がなされ、どのような事件が発生したかを説明する。ここからは、数式はあまり登場しない。第4章ではブラック・マンデー、デリバティブによる損失事件やLTCMの崩壊など具体的な事件と、こうした事件によって数理ファイナンスの手法がどのように修正・変化したのかを説明する。第5章では、証券化商品やクレジット・デリバティブなど信用リスクに関連する理論や技術の発展を説明し、第6章ではサブプライム・ローンを組み入れた証券化商品が金融危機を引き起こした経緯とその後の世界について説明する。第5章と第6章は強く関連する部分であり、ぜひ通して読んでいただき、金融危機の真の原因と数理ファイナンスの現状を把握していただきたい。また、第6章では、スマート・ベータ、フィンテック、マイナス金利など、最新のトピックを取り上げた。

2016年1月

櫻井 豊

【著者紹介】

櫻井 豊（さくらい ゆたか）

早稲田大学理工学部数学科を卒業後、1986年に東京銀行（現三菱東京UFJ銀行）入行。2000年にソニーのネット銀行設立メンバーに加わり、ソニー銀行執行役員市場運用部長などを経て2010年よりリサーチアンドブライシングテクノロジー株式会社（RPテック）取締役。入行2年目より一貫して金融市場におけるさまざまな商品（現物、デリバティブ）を用いたトレーディング、資産運用、商品開発などの業務に従事し、広範囲の金融商品やその市場に関する実務と理論の両方を熟知する。1993年から2000年にかけては世界の金融センターであるロンドンで金利や通貨デリバティブのトレーダーを務め、特に円金利オプションなどについては主要なマーケット・メーカーの1人であった。日本アクチュアリー会準会員、著書に『時価革命と金融工学』（ISコム）がある。

目 次

第 1 章 数理ファイナンスの歴史 (概要)

- 1.1 市場の歴史と科学的分析の始まり (パリの不遇の天才) ……4
- 1.2 1950年代から60年代: 一般均衡理論とファイナンス理論の展開 ……8
- 1.3 数学、統計、物理と効率的市場仮説 ……15
- 1.4 CAPMとギャンブルの世界がヒントになった最後の1ピース ……19
- 1.5 ブラック・ショールズ・モデルの歴史的意義 ……22
- 1.6 オプション理論の純数学化 (リスク中立測度とマルチンゲール理論) ……26
- 1.7 エキゾチック・オプションが次々に登場 (デリバティブの隆盛) ……33
- 1.8 事件の発生と前提条件への疑問 (ブラック・マンデーの教訓) ……36
- 1.9 修正モデルの登場 (ボラティリティのスマイル) ……38
- 1.10 証券化商品の発展と信用バブルの膨張 ……40
- 1.11 サブプライム・モーゲージとABS CDO ……44
- 1.12 リーマン・ショック ……49
- 1.13 数理ファイナンスは物理学ではない ……53
- 1.14 明らかになった実態 (ウォール街、格付会社、監督当局) ……54
- 1.15 新たな規制と数理ファイナンスの関係 ……57
- 1.16 数理ファイナンスの現在位置 ……59

第 2 章 ルイ・バシュリエからブラック・ショールズまで

- 2.1 ルイ・バシュリエ (19世紀のランダム・ウォークによるオプション価格理論) ……67
- 2.2 アローとドブリュー (一般均衡の存在) ……77
- 2.3 市場のランダム性の研究 (ケンドールとオズボーン) ……86

2.4	MM理論 (ファイナンス理論のパラダイム・シフト)	93
2.5	ブラック・ショールズ・モデルの原型の完成 (スプレングルとボ ネス)	101
2.6	CAPMの登場 (ポートフォリオの理論からのアプローチ)	106
2.7	サミュエルソンが果たした役割	119
2.8	ギャンブルの理論からのアプローチ (ソープとカスーフ)	126
2.9	効率的市場仮説 (マンデルブロ、サミュエルソン、ファーマ)	134
2.10	ブラックとショールズのアプローチ (発想の転換)	142
2.11	ロバート・マーティンの役割 (理論の整理と伊藤の補題の活用)	153

第3章 **ファイナンス理論から抽象数学へ** (マルチンゲールとエキゾチック・オプション)

3.1	裁定価格理論——CAPMの拡張 (ロスとロール)	167
3.2	リスク中立評価法とジャンプ拡散・二項過程 (コックスとロス) ..	176
3.3	マルチンゲール測度による評価 (ハリソンとクレプス)	186
3.4	完備性とマルチンゲール (ハリソンとプリスカ)	200
3.5	HJMモデルの革新性 (マルチンゲール理論の成果)	215
3.6	エキゾチック・オプションの展覧会 (ルビンシュタイン、ハウ グ)	225
3.7	アカデミズムに組み込まれた金融工学 (ダフィー)	233

第4章 **事件の発生と前提条件の微修正**

4.1	マンデルブロの予言 (市場のファット・テール性)	245
4.2	最初の兆候 (ブラック・マンデー)	255
4.3	ボラティリティのスマイル (スキュー) とローカル・ボラティリ ティ・モデル	264
4.4	CAPMの修正 (ファーマ・フレンチの3ファクター・モデル)	273
4.5	デリバティブの暴走 (バンカース・トラストとP&G)	280

4.6	超低金利下のランダム・ウォーク（対数正規分布それとも正規分布）	290
4.7	確率ボラティリティ・モデル	297
4.8	流動性問題の露呈（LTCMの破綻とロシア危機）	308
4.9	根拠なき熱狂（シラーの効率的市場仮説への疑問）	320

第5章 クレジット・デリバティブとCDO （サブプライム・バブルの膨張）

5.1	アメリカのモーゲージ証券	333
5.2	信用リスクの評価 その1（構造型モデル：マートン・モデル）	341
5.3	信用リスクの評価 その2（誘導型モデル：ジャロー・モデル）	349
5.4	クレジット・デリバティブの登場	358
5.5	CDOとシンセティックCDO（信用リスクの加工工場）	365
5.6	ガウシアン・コピュラの導入（リー）	377
5.7	シャドー・バンキング（SIVとABCPコンデュイット）	388
5.8	サブプライムCDO（レバレッジ投資需要への粗悪製品）	397
5.9	暴走するCDO（ABS CDO、売れ残り証券のリサイクル）	406
5.10	CPDO（究極のレバレッジ）	412
5.11	格付会社の果たした役割（AAA格債の濫造）	419

第6章 リーマン・ショックと危機後の世界

6.1	バーゼル規制とVaR	427
6.2	パリバ・ショック（突如訪れた崩壊の兆し）	436
6.3	リーマン・ショック（大崩壊）	448
6.4	批判を浴びた金融工学（ウィルモットのマニフェスト）	459
6.5	リーマン・ショック後当局の対応	466
6.6	次々と明らかになった当局、金融機関、格付会社の行状	474
6.7	再び明らかになったデリバティブの暴走（ドイツ、日本、その	

他)	485
6.8 危機後の金融規制の概要 (バーセルⅢ、店頭デリバティブ規制 等)	494
6.9 市場慣習の変化とその意味 (無リスク金利、完備性)	502
6.10 実測度の見直し	508
6.11 スマート・ベータ (ファクター運用の新たな機運)	515
6.12 ロボット運用とフィンテック (テクノロジーが主役の時代へ)	518
6.13 [補遺] マイナス金利時代の金利オプションの評価	528
おわりに	535
参考文献	537
事項索引	548

